

## PEMODELAN MATEMATIKA PADA KASUS INFEKSI COVID-19

**Debora Exaudi Sirait\***

Universitas HKBP Nomensen Pematangsiantar, Sumatera Utara-Indonesia, 21132

**Erwin Sirait**

Politeknik Bisnis Indonesia, Pematangsiantar, Sumatera Utara-Indonesia, 21144

**Imelda Sirait**

Universitas Sam Retulangi Manado, Sulawesi Utara-Indonesia, 95115

**Abstrak.** Salah satu virus yang menyebabkan penyakit menular adalah virus korona. Virus corona bisa menimbulkan penyakit yang lebih serius seperti Severe Acute Respiratory Syndrom-Corona Virus yang mewabah pada tahun 2003, Middle East Respiratory Syndrom-Corona Virus mewabah pada tahun 2012 dan Coronavirus Disease 2019 yang mewabah pada akhir tahun 2019. Persamaan differensial biasa linear adalah persamaan differensial yang semua turunannya muncul dalam bentuk linear dan tidak ada koefisien yang tergantung kepada variabel dependen. Koefisien bisa merupakan fungsi dari variabel independen, yang mana persamaan differensial tersebut merupakan persamaan differensial linear dengan koefisien berubah. Berdasarkan jumlah sel yang rentan terinfeksi ( $S$ ) yang relatif banyak dengan berjalannya waktu akan semakin berkurang dan menuju nilai nol terhadap imun yang tinggi, serta orang dalam pengawasan dan pasien dalam perawatan ( $E$ ) dengan berjalannya waktu akan semakin berkurang juga terhadap meningkatnya imun yang tinggi. Sedangkan untuk jumlah sel yang terinfeksi ( $I$ ) pada suatu waktu akan mencapai satu titik tertinggi, dimana menunjukkan maksimum dari jumlah sel yang terinfeksi dan berangsur semakin sedikit dengan berjalannya waktu terhadap meningkatnya imun yang tinggi. Oleh karena  $S$ ,  $E$ , dan  $I$  semakin sedikit yang terinfeksi, maka jumlah virus pada tubuh ( $R$ ) juga berangsur semakin berkurang.

**Kata Kunci:** model matematika, persamaan differensial, persamaan differensial linier

**Abstract.** One of the viruses that cause infectious diseases is the corona virus. Corona viruses can cause more serious diseases such as the Severe Acute Respiratory Syndrome-Corona Virus which was epidemic in 2003, the Middle East Respiratory Syndrome-Corona Virus outbreak in 2012 and the 2019 Coronavirus Disease which was epidemic at the end of 2019. The ordinary linear differential equation is an equation differential in which all derivatives appear in linear form and no coefficients depend on the dependent variable. The coefficient can be a function of the independent variable, in which case the differential equation is a linear differential equation with changing coefficients. Based on the relatively large number of cells that are susceptible to infection ( $S$ ), over time it will decrease and towards a zero value against high immunity, and people under surveillance and patients in care ( $E$ ) with time will decrease towards high immunity. Meanwhile, the number of infected cells ( $I$ ) at one time will reach a highest point, which indicates the maximum number of infected cells and gradually decreases with time towards a high increase in immunity. Because fewer  $S$ ,  $E$ , and  $I$  are infected, the amount of virus in the body ( $R$ ) also decreases.

**Keywords:** mathematical models, differential equations, linear differential equations

---

|                                                                                                                                                                                     |                          |                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Sitasi: Sirait, D.E., Sirait, E., & Sirait, I. 2023. Pemodelan Matematika Pada Kasus Infeksi COVID-19. MES ( <i>Journal of Mathematics Educations and Science</i> ), 8(2): 247-.254 |                          |                           |
| Submit:<br>25 April 2023                                                                                                                                                            | Revisi:<br>29 April 2023 | Publish:<br>30 April 2023 |

## PENDAHULUAN

Pada awal tahun 2020 dunia dihebohkan dengan adanya infeksi baru yang disebabkan oleh penyakit menular (Supriyono, 2017). Penyakit menular merupakan penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme patogen, seperti bakteri, virus parasit atau jamur. Penyakit ini dapat menyebar secara langsung maupun tidak langsung. Hingga saat ini banyak penyakit menular yang mewabah di dunia, seperti influenza difteri, kolera dan lain sebagainya. Salah satu virus yang menyebabkan penyakit menular adalah virus corona. Virus corona bisa menimbulkan penyakit yang lebih serius seperti *Severe Acute Respiratory Syndrom-Corona Virus* (SARS-CoV) yang mewabah pada tahun 2003, *Middle East Respiratory Syndrom-Corona Virus* (MESR-CoV) mewabah pada tahun 2012 dan *Coronavirus Disease 2019* (Covid-19) yang mewabah pada akhir tahun 2019 (Pasaribu et al., 2020).

Penyakit corona 2019 (Covid-19) pertama kali dilaporkan pada akhir tahun 2019 di kota Wuhan, Provinsi Hubei, China. Covid-19 adalah penyakit pernafasan akut yang disebabkan oleh *Severe Acute Respiratory Syndrom Coronavirus-2* (SARS-CoV-2). WHO (*World Health Organization*) menetapkan status Global Emergency pada kasus virus Corona ini sehingga WHO (*World Health Organization*) menamakan penyakit ini sebagai Covid-19. Penyakit ini umumnya menyerang sistem pernafasan yang menyebabkan gangguan saluran pernafasan akut, baik ringan, maupun berat yang meliputi demam, batuk, sesak nafas, kelelahan, pilek, nyeri tenggorokan dan diare. Secara umum penularan virus ini terjadi melalui droplet atau cairan tubuh yang terpercik pada seseorang atau benda-benda disekitar yang berjarak 1-2 meter melalui batuk dan bersin (Hariadi & Sulantari, 2021).

*Corona virus Disease 2019* (Covid-19) adalah penyakit sindrom pernafasan yang disebabkan oleh salah satu jenis corona virus SARS-CoV-2. Covid-19 dapat menimbulkan gejala ringan, sedang atau berat, gejala klinis utama yang muncul yaitu demam, batuk dan kesulitan bernapas (Yuliana, 2020). Berdasarkan informasi yang dipublikasikan oleh *World Health Organization* (WHO) pada tanggal 11 Maret 2020 menyampaikan bahwa wabah penyakit *Coronavirus Disease 2019* (COVID-19) yang pertama kali dilaporkan dari Wuhan China, pada 31 Desember 2019. Jumlah kasus COVID-19 di luar China telah meningkat 13 kali lipat, dan jumlah negara yang terkena dampak telah meingkat tiga kali lipat, lebih dari 118.000 kasus di 114 negara dan 4.291 orang telah kehilangan nyawanya. Dari 118.000 kasus yang dilaporkan secara global di 114 negara, lebih dari 90% kasus hanya ada di empat negara dan dua diantaranya Cina dan Republik Korea (WHO, 2020).

Pada tanggal 02 maret 2020 Indonesia mengkonfirmasi bahwa Covid-19 telah mewabah di Indonesia ada dua orang warga Indonesia positif terjangkit virus korona. Kasus pertama tersebut diduga berawal dari pertemuan dengan warga negara Jepang (Prasetya, 2020). Karena penyebaran virus corona yang semakin cepat seiring berjalannya waktu pada tanggal 22 Juli 2020 pemerintah mengumumkan terdapat 91.751 pasien positif corona, 50.255 pasien dikatakan sembuh dan 4.459 pasien meninggal dunia dan pada tanggal 19 Januari 2021 kasus positif covid-19 bertambah menjadi 927.380 pasien, pasien sembuh 753.948 pasien dan pasien meninggal meninggal 26.590 pasien (Anwar, 2021). Berdasarkan informasi dan data tersebut, maka peneliti merasa tertarik untuk melakukan pemodelan

matematika terhadap laju pertumbuhan (Nurdeni et al., 2017) sebagaimana yang terjadi pada kasus infeksi COVID-19 ini dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang diperoleh.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Persamaan Differensial Biasa

Sebuah persamaan differensial biasa (PDB) adalah sebuah persamaan yang menyatakan hubungan antara sebuah fungsi dengan sebuah variabel independen tunggal dan turunan total dari fungsi ini terhadap variabel independen tersebut. Variabel dependen ( $y$ ) tergantung kepada masalah fisik yang dimodelkan. Variabel independen biasanya salah satu dari variabel waktu ( $t$ ) atau ruang ( $x$ ) (Kharis & Asih, 2018). Adapun orde PDB adalah turunan orde tertinggi dalam persamaan differensial (Siregar, 2016; Debora et al. 2018).

Bentuk umum PDB orde satu adalah:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

di mana  $f(t, y)$  disebut fungsi turunan. Untuk penyederhanaan notasi, turunan biasanya dinyatakan dengan tanda petik tunggal:

$$y' = \frac{dy}{dt}$$

Sehingga,

$$y' = f(t, y)$$

PDB mempunyai bentuk umum:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = F(t)$$

dimana superscript ( $n$ ), ( $n-1$ ), dst, menyatakan turunan orde ke  $n$ ,  $n-1$ , dst.

### Persamaan Differensial Biasa Linear dan *Non-linear*

PDB linear adalah PDB yang semua turunannya muncul dalam bentuk linear dan tidak ada koefisien yang tergantung kepada variabel dependen (Rina & Husna, 2019). Koefisien bisa merupakan fungsi dari variabel independen, yang mana PDB disebut PDB linear dengan koefisien berubah.

$$y' + \alpha y = F(t) \text{ (linear, koefisien konstan, PDB orde-satu)}$$

$$y' + \alpha t y = F(t) \text{ (linear, koefisien berubah, PDB orde-satu)}$$

$$y' = f(t, y) \quad \text{(bentuk umum PDB linear)}$$

Jika koefisien tergantung kepada variabel dependen, atau turunan muncul dalam bentuk *nonlinear*, PDB-nya adalah *nonlinear*.

Contoh:  $y y' + \alpha y = 0$

$$(y')^2 + \alpha y = 0$$

$$y'' + P(x, y)y' + Q(x, y)y = F(x) \text{ (bentuk umum PDB non-linear)}$$

### **Model SEIR (*Susceptible, Exposed, Infected, Recovered*)**

Pada model SEIR, populasi dibagi menjadi 4 subkelas, yaitu kelas populasi rentan *Susceptible* ( $S$ ), kelas populasi terjangkit *Exposed* ( $E$ ), kelas populasi terinfeksi *Infected* ( $I$ ), dan kelas populasi sembuh *Recovered* ( $R$ ). Kemudian  $S(t)$  menyatakan proporsi individu rentan pada saat  $t$ ,  $E(t)$  menyatakan proporsi terjangkit pada saat  $t$ ,  $R(t)$  menyatakan proporsi individu sembuh pada saat  $t$ , dan  $N(t)$  menyatakan proporsi total individu. Selanjutnya  $S(t)$ ,  $E(t)$ ,  $I(t)$ ,  $R(t)$  ditulis  $S$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $R$ ,  $N$ .

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **Model SEIR Pada Kasus Infeksi COVID-19**

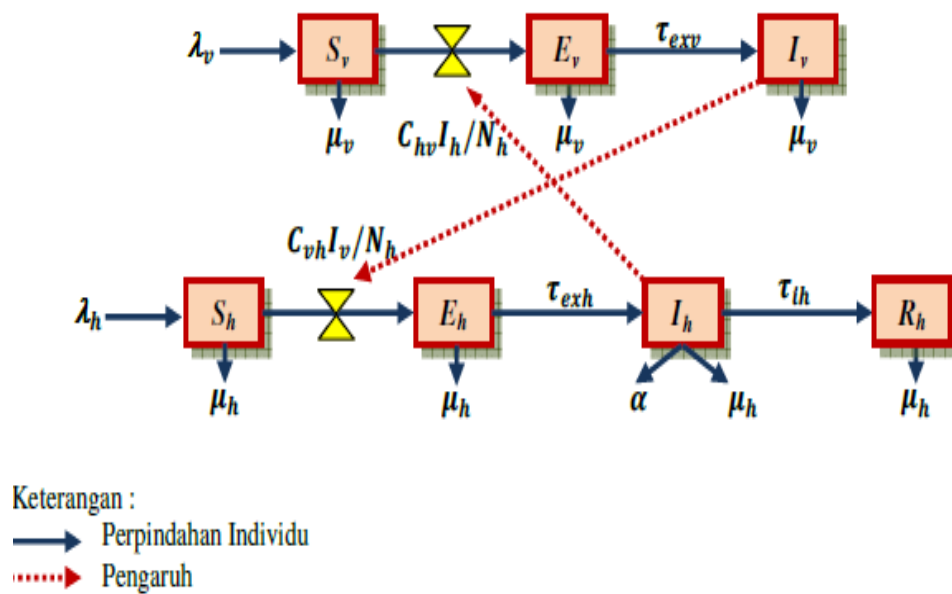
Pada model ini, populasi manusia  $N_h$  dibagi menjadi empat subpopulasi, yaitu manusia rentan (*susceptible*)  $S_h$ , manusia terpapar (*exposed*)  $E_h$ , manusia terinfeksi (*infected*)  $I_h$ , dan manusia sembuh (*recovered*)  $R_h$  sedangkan populasi covid-19  $N_v$  dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu rentan covid-19 (*susceptible*)  $S_v$ , terpapar covid-19 (*exposed*)  $E_v$ , dan terinfeksi covid-19 (*infected*)  $I_v$ .

Asumsi yang digunakan ialah:

1. Total populasi covid-19 adalah konstan sedangkan total populasi manusia tidak konstan.
2. Populasi manusia dan covid-19 adalah populasi yang tertutup.

Penularan virus dari covid-19 ke manusia terjadi melalui udara pada saat virus tersebut berada di kelenjar hidung dan tengorokan. Setelah itu, virus memerlukan 4-6 hari yang menunjukkan masa intrinsik sebelum menimbulkan penyakit. Dalam masa inkubasi ini, manusia rentan dianggap telah terbuka untuk diinfeksi virus. Dengan demikian, manusia rentan tersebut selanjutnya dikelompokkan ke dalam sub-populasi manusia terpapar. Kondisi ini berlangsung selama 2 hari sebelum demam sampai 5 hari setelah demam. Selanjutnya, virus memerlukan 8-10 hari yang menunjukkan masa inkubasi ekstrinsik sebelum menimbulkan penyakit. Ketika masa inkubasi ini, rentan covid-19 dianggap telah terbuka untuk diinfeksi oleh virus. Infeksi virus covid-19 tersebut selanjutnya dikelompokkan ke dalam suatu sub-populasi terpapar covid-19.

Secara skematis, pola penyebaran infeksi virus Covid-19 dapat digambarkan dalam diagram kompartemen berikut:



Gambar 2. Skema penyebaran infeksi virus Covid-19 model SEIR

Arti diagram kompartemen di atas adalah:

1. Laju pertumbuhan manusia rentan mempertimbangkan faktor kelahiran, kematian dan proporsi perpindahan manusia rentan ke manusia terpapar, ditulis:  

$$\frac{dS_h}{dt} = \lambda_h N_h - \left( \frac{C_{vh} I_v}{N_h} + \mu_h \right) S_h = \lambda N_h - \left( \frac{C_{vh} I_v}{N_h} + \mu_h \right) S_h$$
, dimana diambil  $\lambda = \lambda_h$ .  
 Proporsi perpindahan manusia rentan ke manusia terpapar dipengaruhi oleh peluang kontak antara nyamuk terinfeksi dengan manusia rentan ( $C_{vh}$ ). Nilai peluang ini ialah perkalian antara peluang transmisi virus dari nyamuk terinfeksi ke manusia rentan ( $p_{vh}$ ) dengan rata-rata gigitan nyamuk terinfeksi ke manusia rentan ( $p_{vh}$ ) dengan rata – rata gigitan nyamuk terinfeksi ( $b_i$ ). Jadi,  $C_{vh} = p_{vh} b_i$ .
2. Laju pertumbuhan manusia terpapar mempertimbangkan faktor kematian, proporsi perpindahan manusia rentan ke manusia terpapar dan proporsi perpindahan manusia terpapar ke manusia terinfeksi, ditulis:  

$$\frac{dE_h}{dt} = \frac{C_{vh} I_v}{N_h} S_h - (\tau_{exh} + \mu_h) E_h$$
.
3. Laju pertumbuhan manusia terinfeksi mempertimbangkan faktor kematian baik kematian secara alami maupun kematian karena covid-19, proporsi perpindahan manusia terpapar ke manusia terinfeksi dan proporsi perpindahan manusia terinfeksi ke manusia sembuh, ditulis:  

$$\frac{dI_h}{dt} = \tau_{exh} E_h - (\tau_{ih} + \alpha + \mu_h) I_h$$
.
4. Laju pertumbuhan manusia sembuh mempertimbangkan faktor kematian dan proporsi perpindahan manusia terinfeksi ke manusia sembuh, ditulis:  

$$\frac{dR_h}{dt} = \tau_{ih} I_h - \mu_h R_h$$
.

5. Laju pertumbuhan rentan covid-19 mempertimbangkan faktor kelahiran, kematian dan proporsi perpindahan rentan covid-19 ke terpapar covid-19, ditulis:

$$\frac{dS_v}{dt} = \lambda_v N_v - \left( \frac{C_{hv} I_h}{N_h} + \mu_v \right) S_v = \mu_v N_v - \left( \frac{C_{hv} I_h}{N_h} + \mu_v \right) S_v, \text{ dimana diambil } \mu_v = \lambda_v.$$

Proporsi perpindahan rentan covid-19 ke terpapar covid-19 dipengaruhi oleh peluang kontak antara rentan covid-19 dengan manusia terinfeksi ( $C_{hv}$ ). Nilai peluang ini ialah perkalian antara peluang transmisi virus dari manusia terinfeksi ke rentan covid-19 ( $p_{hv}$ ) dengan rata-rata infeksi virus rentan covid-19 ( $b_s$ ). Jadi,  $C_{hv} = p_{hv} b_s$ .

6. Laju pertumbuhan terpapar covid-19 mempertimbangkan faktor kematian, proporsi perpindahan adalah proporsi perpindahan rentan covid-19 ke terpapar covid-19 dan proporsi perpindahan terpapar covid-19 ke terinfeksi covid-19, ditulis:

$$\frac{dE_v}{dt} = \frac{C_{hv} I_h}{N_h} S_v - (\tau_{exv} + \mu_v) E_v.$$

7. Laju pertumbuhan terinfeksi covid-19 mempertimbangkan faktor kematian dan proporsi perpindahan terpapar covid-19 ke terinfeksi covid-19, ditulis:

$$\frac{dI_v}{dt} = \tau_{exv} E_v - \mu_v I_v.$$

Berdasarkan uraian di atas, model SEIR dapat dinyatakan sebagai berikut:

#### Populasi Manusia

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= \lambda N_h - \left( \frac{C_{vh} I_v}{N_h} + \mu_h \right) S_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= \frac{C_{vh} I_v}{N_h} S_h - (\tau_{exh} + \mu_h) E_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= \tau_{exh} E_h - (\tau_{ih} + \alpha + \mu_h) I_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \tau_{ih} I_h - \mu_h R_h \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

#### Populasi Covid-19

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_v}{dt} &= \mu_v N_v - \left( \frac{C_{hv} I_h}{N_h} + \mu_v \right) S_v \\ \frac{dE_v}{dt} &= \frac{C_{hv} I_h}{N_h} S_v - (\tau_{exv} + \mu_v) E_v \\ \frac{dI_v}{dt} &= \tau_{exv} E_v - \mu_v I_v \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Dengan kondisi

$$S_h + E_h + I_h + R_h = N_h \text{ dan } S_v + E_v + I_v = N_v \quad (8)$$

Serta,

$N_h$  : total populasi manusia.

- 
- $N_v$  : total populasi covid-19.  
 $\lambda$  : laju kelahiran manusia  
 $\mu_v$  : laju kematian covid-19.  
 $\mu_h$  : laju kematian manusia secara alami.  
 $\alpha$  : laju kematian manusia karena covid-19.  
 $\tau_{exh}$  : proporsi perpindahan manusia terpapar ke manusia terinfeksi.  
 $\tau_{exv}$  : proporsi perpindahan terpapar covid-19 ke terinfeksi covid-19.  
 $\tau_{ih}$  : proporsi perpindahan manusia terinfeksi ke manusia sembuh.  
 $C_{hv}$  : peluang terjadinya kontak antara rentan covid-19 dengan manusia terinfeksi.  
 $C_{vh}$  : peluang terjadinya kontak antara terinfeksi covid-19 dengan manusia rentan.

Selanjutnya, sistem-sistem (6) dan (7) serta kondisi (8) dapat disederhanakan dengan pemisalan  $S^h = \frac{S_h}{N_h}$ ,  $E^h = \frac{E_h}{N_h}$ ,  $I^h = \frac{I_h}{N_h}$ ,  $R^h = \frac{R_h}{N_h}$ ,  $S^v = \frac{S_v}{N_v}$ ,  $E^v = \frac{E_v}{N_v}$  dan  $I^v = \frac{I_v}{N_v}$ , dan juga dalam model ini dianggap bahwa nilai  $C_{hv} = C_{vh} = c$ , maka sistem tersebut dapat ditulis:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS^h}{dt} &= \lambda - (ncI^v + \mu_h) S^h \\
 \frac{dE^h}{dt} &= ncI^v S^h - (\tau_{exh} + \mu_h) E^h \\
 \frac{dI^h}{dt} &= \tau_{exh} E^h - (\tau_{ih} + \alpha + \mu_h) I^h \\
 \frac{dE^v}{dt} &= cI^h(1-E^v - I^v) - (\tau_{exv} + \mu_v) E^v \\
 \frac{dI^v}{dt} &= \tau_{exv} E^v - \mu_v I^v
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Dengan  $n = \frac{N_v}{N_h}$ , serta kondisi

$$S^h + E^h + I^h + R^h = 1 \text{ dan } S^v + E^v + I^v = 1
 \tag{11}$$

## KESIMPULAN

Berdasarkan jumlah sel yang rentan terinfeksi (S) yang relatif banyak dengan berjalannya waktu akan semakin berkurang dan menuju nilai nol terhadap imun yang tinggi

serta orang dalam pengawasan (ODP) dan pasien dalam perawatan (PDP) atau (E) dengan berjalannya waktu akan semakin berkurang juga terhadap meningkatnya imun yang tinggi. Sedangkan untuk jumlah sel yang terinfeksi (I) pada suatu waktu akan mencapai satu titik tertinggi, dimana menunjukkan maksimum dari jumlah sel yang terinfeksi dan berangsur semakin sedikit dengan berjalannya waktu terhadap meningkatnya imun yang tinggi. Oleh karena S, E, dan I semakin sedikit yang terinfeksi, maka jumlah virus pada tubuh juga (R) berangsur semakin berkurang. Untuk selanjutnya disarankan untuk menambahkan *input* atau variabel- variabel lain yang berkaitan dan mempengaruhi Covid-19.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anwar, F. (Januari 2021). Kasus Corona di Indonesia 19 Januari 2021 Tambah 10.365, Total 927.380, Available: <http://health.detik.com>. [diakses 11 November 2022].
- Debora, Rendy, & Rahmi. (2018). Transmission Dynamics Model of Dengue Fever. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 300. No. 1. IOP Publishing, 2018.
- Hariadi, W., & Sulantari. (2021). *Aplication ARIMA Model for Forecasting Additional Positive Cases of Covid-19 in Jember*. Enthusiastic: International Journal of Statistics and Data Science, 1(1), p. 22-27.
- Khris, M., & Asih, T.S.N. (2018). Pengantar Pemodelan Matematika. Semarang: FMIPA UNNES.
- Nurdeni., Lestari, W., & Seruni. (2017). Laju pertumbuhan bakteri S. Aerous melalui pendekatan persamaan differensial. *Ejournal matematika*, 6(3).
- Pasaribu, R.H., Harahap, Z.I.S., Putra, B.A., & Siregar, S.L.A. (2020). Aplikasi pemodelan matematika dalam memodelkan penyebaran virus Covid-19 di Indonesia," *SENATIK*, 1(5), pp. 194-199
- Prasetya, A. (02 Maret 2020). 2 WNI Terdeteksi Virus corona sejak Minggu 1 Maret. Available: <http://m.detik.com/news/berita/d-4921/2-wni-terdeteksi-positif-corona-sejak-minggu-1-maret>. [diakses 11 November 2022].
- Rina, I., & Husna, R. (2019). Aplikasi Persamaan Differensial pada Model Pertumbuhan Populasi dengan Pertumbuhan Terbatas. *Sainstek : Jurnal Sains dan Teknologi*. 11 (1) : 22 - 27
- Siregar, R. (2016). Persamaan Differensial Eksak dengan Faktor Integrasi. *MES: Journal Mathematics Education and Science*, 2(1).
- Supriyono, G.P.M.K. (2017). PEMODELAN MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN PENGARUH KARANTINA DAN VAKSINASI. *UNNES Journal of Mathematics*, 6(1), pp. 25-35
- WHO. (11 March 2020). WHO Director-General's opening remarks at the media briefing on COVID-19. Available: <https://www.who.int/dg/speeches/detail/who-director-general-s-openingremarks-at-the-media-briefing-on-covid-19---11-march-2020>. [diakses 11 November 2022].

Yuliana. (2020). Corona Virus Diseases (Covid-19); Sebuah Tinjauan Literatur. *Wellness and Healthy Magazine*, 2(1), pp. 187-192