

KAJIAN METODE *VOGEL'S APPROXIMATION* DALAM OPTIMISASI MASALAH TRANSPORTASI DENGAN VARIASI POSISI *SUPPLY* DAN *DEMAND*

Monika Marbun*

Universitas Sumatera Utara, Medan, Sumatera Utara, Indonesia, 20155

Esther Sorta Mauli Nababan

Universitas Sumatera Utara, Medan, Sumatera Utara, Indonesia, 20155

Putri Khairiah Nasution

Universitas Sumatera Utara, Medan, Sumatera Utara, Indonesia, 20155

Aghni Syahmarani

Universitas Sumatera Utara, Medan, Sumatera Utara, Indonesia, 20155

Abstrak. Masalah transportasi adalah bentuk spesifik dari program linier untuk menangani proses pendistribusian barang dari asal (*supply*) menuju lokasi tujuan dengan meminimumkan biaya transportasi sehingga diperlukan perencanaan strategi untuk menentukan rute. Penelitian ini menggunakan metode *Vogel's Approximation* untuk mencari solusi layak awal dan menerapkan metode *Stepping Stone* untuk uji optimalitasnya serta ingin menunjukkan ada atau tidaknya pengaruh pada biaya transportasi jika lokasi *supply* dan *demand* dibuat bervariasi. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa pada variasi lokasi *supply* berpengaruh terhadap biaya transportasi sedangkan pada variasi lokasi *demand* tidak. Biaya transportasi yang paling minimum diperoleh pada variasi pertama *supply*.

Kata Kunci: biaya transportasi, masalah transportasi, metode *vogel's approximation*, metode *stepping stone*.

Abstract. The transportation problems is a specific form of linear programming to handle the process of distributing goods from supply to the destination location by minimizing transportation cost so that strategic planning is needed to determine the route. This research uses the *Vogel's Approximation Method* to find an initial feasible solution and applies the *Stepping Stone Method* to test its optimality and wants to show whether or not there is an effect on transportation cost if supply and demand location are varied. Based on the research result, it was found that variations in supply location had an effect on transportation cost, whereas variation in demand location did not. The minimum transportation cost are obtained in the first variation of supply.

Keywords: transportation cost, transportation problems, *vogel's approximation method*, *stepping stone method*.

Sitasi: Marbun, M., Nababan, E.S.M., Nasution, P.K., Syahmarani, A. 2024. Kajian Metode *Vogel's Approximation* dalam Optimisasi Masalah Transportasi dengan Variasi Posisi *Supply* dan *Demand*. *MES (Journal of Mathematics Education and Science)*, 10(1): 13-21.

Submit:	Revise:	Accepted:	Publish:
04 Juni 2024	18 Juni 2024	12 Juli 2024	10 Oktober 2024

PENDAHULUAN

Masalah Transportasi merupakan salah satu permasalahan yang termasuk dalam bagian “*operation research*”. Selain itu, masalah transportasi ini berhubungan dengan pengiriman barang (unit) dari pabrik (*supply*) menuju lokasi tujuan (*demand*) dengan maksud untuk meminimumkan biaya distribusi, dan merupakan model spesifik dari program linier

*Corresponding Author: monikamarbun1@gmail.com

(Muhtarulloh & Maulidina, 2022). Masalah transportasi ini akan muncul ketika seorang individu atau perusahaan melakukan proses pengiriman barang (unit) dengan maksud untuk meminimumkan biaya distribusi sehingga dibutuhkan perencanaan strategi untuk menangani masalah ini dengan memperoleh solusi yang optimal (Arofah & Gesthantiara, 2021). Metode simpleks maupun metode transportasi dapat digunakan untuk menangani masalah ini karena cara penyelesaiannya yang efisien.

Terdapat dua tahapan untuk menyelesaikan masalah optimisasi pada transportasi diantaranya adalah mengidentifikasi solusi layak awal dan mencapai solusi yang optimal. Untuk tahap pertama, dapat menggunakan *North west Corner Method*, *Least Cost Method*, dan *Vogel's Approximation Method*, sementara itu untuk mencapai solusi yang optimal digunakan *Modified Distribution (MODI)* dan *Stepping Stone Method*.

Vogel's Approximation Method (VAM) merupakan salah satu teknik yang dapat diterapkan dalam menangani masalah transportasi ini. VAM ini dapat dikatakan juga sebagai metode pendekatan. VAM digunakan dalam mengalokasikan barang dari pabrik (*supply*) menuju lokasi tujuan yang membutuhkan untuk memenuhi permintaan (Batuwael et al., 2019). Metode ini diakui karena kemampuannya dalam menyelesaikan masalah transportasi (optimalisasi distribusi) dengan efisiensi yang tinggi.

Sudah banyak penelitian terdahulu yang menyelesaikan masalah transportasi ini dengan berbagai metode dan contoh kasus yang berbeda-beda. Permasalahan optimisasi pada transportasi dapat ditangani dengan menerapkan berbagai metode yang ada guna meminimalisir biaya. Azizah pada tahun 2018 menerapkan metode VAM dan MODI pada distribusi beras sejahtera di Sidoarjo. Pada penelitian tersebut berhasil menangani masalah optimisasi biaya distribusi ke beberapa daerah wilayah Sidoarjo (Azizah, 2018). Pada penelitian lainnya H., Nugraha et al (2020) telah menerapkan metode VAM dan *stepping stone* serta penggunaan software lingo di PT Asm Mobil. Penelitian tersebut telah menemukan penyelesaian untuk mendistribusikan material *service* (Hendriawan et al., 2020).

Berdasarkan kajian yang telah diuraikan diatas maka perlu dilakukan optimisasi terhadap masalah transportasi karena dianggap sangat penting dalam meminimumkan biaya distribusi. Penelitian ini akan menerapkan metode *Vogel's Approximation Method (VAM)* untuk mengoptimalkan waktu tempuh dan biaya distribusi. Sehubungan dengan hal tersebut, penelitian ini akan fokus pada "KAJIAN METODE *VOGEL'S APPROXIMATION (VAM)* DALAM OPTIMISASI MASALAH TRANSPORTASI DENGAN VARIASI LOKASI *SUPPLY* DAN *DEMAND*".

METODE

Penelitian ini merupakan studi dengan metode literatur. Studi literatur merupakan kegiatan kepastakaan yang dilakukan dengan cara mengumpulkan serta mempelajari berbagai referensi seperti buku, jurnal, karya tulis yang relevan. Tahapan dalam penelitian ini meliputi:

1. Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari <https://cbom.atozmath.com>.

2. Analisis Data

Setelah proses pengumpulan data dilakukan maka selanjutnya yaitu menganalisis data dengan langkah-langkah berikut ini:

- a. Membuat tabel transportasi

Mengacu pada tabel transportasi, maka permasalahan ini dapat direpresentasikan dalam bentuk fungsi tujuan (Taha, 2017) :

$$\text{minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

Dengan fungsi kendala:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i; i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j; j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i, j \quad (4)$$

- b. Mencari solusi awal dengan menggunakan *Vogel's Approximation* (VAM).
Vogel's approximation method (VAM) merupakan salah satu metode dalam menangani masalah transportasi. Metode pendekatan ini digunakan untuk mencari solusi awal dengan mencari biaya minimum dalam suatu permasalahan. Sebuah metode yang pengalokasiannya diawali dengan menentukan nilai pinalti yang diperoleh dengan mengurangi dua sel yang memiliki biaya distribusi terkecil untuk setiap baris dan kolom. Berikut adalah langkah-langkah metode VAM (Arimurti et al., 2022) :
- 1) Untuk setiap baris dan kolom akan dicari dua lokasi dengan biaya distribusi terkecil.
 - 2) Menghitung selisih dari dua lokasi untuk memperoleh nilai pinalti pada setiap baris dan kolom.
 - 3) Memilih lokasi dengan nilai pinalti tertinggi dan mengalokasikannya sesuai dengan kapasitas yang ada pada Lokasi yang memiliki biaya distribusi terkecil. Kolom dan baris yang sudah terisi akan diabaikan.
- c. Menguji optimalitas dengan metode *Stepping Stone*.
Penemu metode ini adalah W.W. Cooper dan A. Chames, dimana metode ini diterapkan untuk menguji apakah tahap pertama (solusi layak awal) sudah memperoleh hasil yang optimal dengan membuat lintasan tertutup (*Loop*) yang jalurnya dapat berupa searah atau berlawanan arah jarum jam. Beberapa tahapan untuk mencari solusi optimal yaitu:
- 1) Mengisi tabel awal dengan menggunakan metode VAM
 - 2) Kemudian mengisi sel yang kosong dengan membuat lintasan tertutup serta memberi tanda positif dan negatif secara bergantian
 - 3) Mengkalkulasikan indeks dengan cara menambah atau mengurangi sesuai tanda yang diberikan
 - 4) Mengulangi tahap 2 dan sampai semua sel kosong terisi. Jika indeks yang dihitung lebih besar atau sama dengan nol, maka solusi telah optimal.
- d. Membuat variasi posisi supply dan demand

HASIL DAN PEMBAHASAN

Adapun data yang diperoleh akan dianalisis dengan menerapkan *vogel's approximation method* dan metode *stepping stone*. Adapun contoh kasus yang akan dianalisis yaitu masalah transportasi seimbang dan tak seimbang. Data ini menunjukkan bahwa ada tiga lokasi sebagai *supply* (sumber) yaitu A1, A2 dan A3 yang akan disalurkan ke empat tempat lokasi tujuan (*demand*) yaitu T1, T2, T3 dan T4 dengan membuat masing-masing 2 variasi pada posisi *supply* dan *demand*. <https://cbom.atozmath.com>

Masalah transportasi seimbang

Tabel 1. Biaya distribusi masalah transportasi seimbang

	T1	T2	T3	T4	Supply
A1	11	13	17	14	250
A2	16	18	14	10	300
A3	21	24	13	10	400
Demand	200	225	275	250	950

Sumber : <https://cbom.atozmath.com>

Berdasarkan Tabel 1 menunjukkan bahwa jumlah total persediaan dari *supply* sama dengan jumlah permintaan (*demand*) yaitu sebanyak 950 unit sehingga contoh kasus ini termasuk dalam masalah transportasi seimbang. Berikut variasi posisi *supply* dan *demand* pada transportasi seimbang.

Tabel 2. Biaya distribusi variasi *supply* masalah transportasi seimbang

Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T1	T2	T3	T4	Supply		T1	T2	T3	T4	Supply
A3	21	24	13	10	400	A2	16	18	14	10	300
A2	16	18	14	10	300	A1	11	13	17	14	250
A1	11	13	17	14	250	A3	21	24	13	10	400
Demand	200	225	275	250	950	Demand	200	225	275	250	950

Tabel 3. Biaya distribusi variasi *demand* masalah transportasi seimbang

Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T3	T2	T1	T4	Supply		T1	T4	T3	T2	Supply
A1	17	13	11	14	250	A1	11	14	17	13	250
A2	14	18	16	10	300	A2	16	10	14	18	300
A3	13	24	21	10	400	A3	21	10	13	24	400
Demand	275	225	200	250	950	Demand	200	250	275	225	950

Masalah transportasi tak seimbang

Tabel 4. Biaya distribusi masalah transportasi tak seimbang

	T1	T2	T3	T4	Supply
A1	11	13	17	14	250
A2	16	18	14	10	300
A3	21	24	13	10	400
Demand	200	225	275	200	950 900

Berdasarkan Tabel 4 menunjukkan bahwa jumlah total persediaan dari *supply* yaitu 950 unit sedangkan jumlah permintaan yaitu sebanyak 900 unit (*demand*) sehingga contoh kasus

ini termasuk dalam masalah transportasi tak seimbang. Maka untuk menyelesaikannya diperlukan *dummy* yang ditambahkan sebelum kolom *supply* agar permasalahan ini menjadi seimbang. Berikut ada beberapa variasi untuk masalah transportasi tak seimbang.

Tabel 5. Biaya distribusi variasi *supply* masalah transportasi tak seimbang

Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T1	T2	T3	T4	Supply		T1	T2	T3	T2	Supply
A3	21	24	13	10	400	A2	16	18	14	10	300
A2	16	18	14	10	300	A1	11	13	17	14	250
A1	11	13	17	14	250	A3	21	24	13	10	400
Demand	200	225	275	200	950 900	Demand	200	225	275	200	950 900

Tabel 6. Biaya distribusi variasi *demand* masalah transportasi tak seimbang

Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T3	T2	T1	T4	Supply		T1	T4	T3	T2	Supply
A1	17	13	11	14	250	A1	11	14	17	13	250
A2	14	18	16	10	300	A2	16	10	14	18	300
A3	13	24	21	10	400	A3	21	10	13	24	400
Demand	275	225	200	200	950 900	Demand	200	200	275	225	950 900

Penerapan Metode *Vogel's Approximation (VAM)* Untuk Solusi Awal

Dengan menerapkan metode VAM maka diperoleh solusi awal berikut:

Tabel 7. Alokasi barang dalam masalah transportasi seimbang

Masalah Transportasi Seimbang					
	T1	T2	T3	T4	Supply
A1	11 200	13 50	17	14	250
A2	16	18 175	14	10 125	300
A3	21	24	13 275	10 125	400
Demand	200	225	275	250	950

Variasi Supply											
Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T1	T2	T3	T4	Supply		T1	T2	T3	T4	Supply
A3	21	24	13	10	400	A2	16	18	14	10	300
			275	125				175		125	
A2	16	18	14	10	300	A1	11	13	17	14	250
		175		125			200	50			
A1	11	13	17	14	250	A3	21	24	13	10	400
	200	50							275	125	
Demand	200	225	275	250	950	Demand	200	225	275	250	950

Variasi Demand											
Variasi Pertama						Variasi Kedua					
	T3	T2	T1	T4	Supply		T1	T4	T3	T2	Supply
A1	17	13	11	14	250	A1	11	14	17	13	250
		225	25				200			50	
A2	14	18	16	10	300	A2	16	10	14	18	300
			175	125				125		175	
A3	13	24	21	10	400	A3	21	10	13	24	400
	275			125				125	275		
Demand	275	225	200	250	950	Demand	200	250	275	225	950

Hal yang sama juga dilakukan pada contoh kasus transportasi tak seimbang yaitu menerapkan langkah-langkah metode *Vogel's Approximation* (VAM) sehingga diperoleh pengalokasian berikut ini.

Tabel 8. Alokasi barang dalam masalah transportasi tak seimbang

Masalah Transportasi Tak Seimbang						
	T1	T2	T3	T4	Dummy	Supply
A1	11	13	17	14	0	250
	200				50	
A2	16	18	14	10	0	300
		225		75		
A3	21	24	13	10	0	400
			275	125		
Demand	200	225	275	200	50	950

Variasi Supply													
Variasi Pertama							Variasi Kedua						
	T1	T2	T3	T4	Dummy	Supply		T1	T2	T3	T4	Dummy	Supply
A3	21	24	13	10	0	400	A2	16	18	14	10	0	300
			275	125					225		75		
A2	16	18	14	10	0	300	A1	11	13	17	14	0	250
				75				200				50	
A1	11	13	17	14	0	250	A3	21	24	13	10	0	400
	200				50					275	125		
Demand	200	225	275	200	50	950	Demand	200	225	275	200	50	950

Variasi Demand													
Variasi Pertama							Variasi Kedua						
	T3	T2	T1	T4	Dum my	Supply		T1	T4	T3	T2	Dum my	Supply
A1	17	13	11	14	0	250	A1	11	14	17	13	0	250
		200			50			200				50	
A2	14	18	16	10	0	300	A2	16	10	14	18	0	300
		25	200	75				75		225			
A3	13	24	21	10	0	400	A3	21	10	13	24	0	400
	275			125				125	275				
Demand	275	225	200	200	50	950	Demand	200	250	275	225	50	950

Dalam menyelesaikan masalah transportasi tak seimbang perlu menambahkan *dummy* pada baris atau kolom. Setelah ditambahkan *dummy* maka permasalahan ini akan menjadi seimbang sehingga dapat diselesaikan dengan menerapkan metode *vogel's approximation* (VAM). Penerapan metode VAM untuk mencari solusi layak awal dalam masalah transportasi seimbang dan tak seimbang dengan membuat posisi *supply* dan *demand* bervariasi ternyata tidak memiliki pengaruh terhadap biaya distribusi barang dari sumber (A1, A2, dan A3) menuju lokasi tujuan (T1, T2, T3, dan T4).

Hal ini disebabkan karena dengan menggunakan metode VAM pengisiannya selalu dimulai dari sel yang memiliki nilai pinalti terbesar yang diperoleh dari pengurangan dua nilai distribusi terkecil. Oleh sebab itu dimanapun letak posisi sumber (A1, A2, dan A3) dan lokasi tujuan (T1, T2, T3, dan T4) tidak memberikan pengaruh pada total biaya distribusi barang. Akan tetapi hal ini dapat memberikan pengaruh pada perubahan letak dari matriks pada baris dan kolom pinalti untuk setiap variasi *supply* dan *demand*. Setelah keadaan *supply* dan *demand* telah terpenuhi, langkah selanjutnya yaitu mengkalkulasikan biaya distribusi masing-masing sesuai dengan menggunakan rumus pada persamaan (1). Sehingga diperoleh tabel biaya distribusi berikut ini:

Tabel 9. Biaya distribusi akhir

Masalah Transportasi Seimbang			
Solusi Awal	Z = 12.075	Solusi Awal	Z = 11.825
Variasi Supply			
Variasi Pertama	Z = 12.075	Variasi Pertama	Z = 11.825
Variasi Kedua	Z = 12.075	Variasi Kedua	Z = 11.825
Variasi Demand			
Variasi Pertama	Z = 12.075	Variasi Pertama	Z = 11.825
Variasi Kedua	Z = 12.075	Variasi Kedua	Z = 11.825

Penerapan Metode *Stepping Stone* Untuk Solusi Optimal

Setelah menerapkan metode VAM untuk mencari solusi awal mengakibatkan adanya sel kosong. Dengan menggunakan metode *stepping stone* akan memeriksa sel kosong tersebut. Berikut diperoleh hasil solusi optimal dalam contoh kasus tersebut:

Tabel 10. Solusi Optimal

Masalah Transportasi Seimbang			
Solusi Awal	+	Solusi Awal	+
Variasi Supply			
Variasi Pertama	+	Variasi Pertama	+
Variasi Kedua	+	Variasi Kedua	+
Variasi Demand			
Variasi Pertama	+	Variasi Pertama	+
Variasi Kedua	+	Variasi Kedua	+

Penerapan metode *stepping stone* dalam masalah seimbang dengan melakukan 1 (satu) kali percobaan langsung menghasilkan solusi yang optimal untuk setiap variasi. Hal ini ditandai dengan adanya beberapa sel kosong akibat dari pencarian solusi awal yaitu sel ($A1T3, A1T4, A2T1, A2T2, A2T3, A3T1, A3T2, A3T3$) yang telah diperiksa ternyata sudah bernilai lebih besar atau sama dengan nol.

Namun penerapan metode *stepping stone* dalam masalah tak seimbang kurang efisien, dikarenakan ada beberapa sel kosong yang tidak dapat diselesaikan dengan metode ini. Dengan demikian proses untuk mencari hasil optimal dengan menggunakan metode *stepping stone* telah selesai, yang dimana hasil yang diperoleh sama dengan hasil yang diselesaikan dengan menggunakan metode *vogel's approximation* dalam masalah transportasi seimbang.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk mencari solusi layak awal dapat disimpulkan bahwa metode ini mampu menghasilkan biaya distribusi yang lebih optimal dibandingkan dengan metode transportasi yang lain.

Setelah melakukan percobaan dengan membuat variasi pada lokasi *Supply* dan *demand* dalam masalah transportasi seimbang dan tak seimbang ternyata tidak terdapat perubahan besarnya biaya transportasi. Hal ini disebabkan karena pengisian sel dimulai dari sel yang memiliki nilai pinalti terbesar. Dan pengalokasian barang yang akan dikirimkan sesuai dengan kapasitas dari *supply* dan *demand* yang tersedia dari tiap sel.

DAFTAR PUSTAKA

- Affandi, P. (2019). Buku Ajar Riset Operasi. In *Cv. Irdh*.
- Akpan, S., Ugbe, T., Usen, J., & Ajah, O. (2015). A Modified Vogel Approximation Method for Solving Balanced Transportation Problems. *2015 American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences*, 14(3), 289–302. <http://asrjetsjournal.org/>
- Arimurti, W., Puspa Sari, R., Herwanto, D., & Falah, C. (2022). Optimasi Biaya Transportasi Pengiriman Produk Mainan Menggunakan Vogel's Approximation Method Dan Stepping Stone Method (Studi Kasus: Toko Sumber Mainan). *Jurnal Sains, Teknologi Dan Industri*, 20(1), 351.
- Arofah, I., & Gesthantiara, N. N. (2021). Optimasi Biaya Distribusi Barang dengan Menggunakan Model Transportasi. *JMT: Jurnal Matematika Dan Terapan*, 3(1), 1–9.
- Azizah, N. L. (2018). Aplikasi Metode Transportasi Dalam Optimasi Biaya Distribusi Beras Sejahtera Pada Perum Bulog Sub-Divre Sidoarjo. *Jurnal Ilmiah Soulmath: Jurnal Edukasi Pendidikan Matematika*, 6(1), 15–23. <https://doi.org/10.25139/sm.v6i1.781>
- Batuwael, G., Pongoh, F. D., & Paendong, M. S. (2019). Metode Transportasi Pada Distribusi Ikan di Pelabuhan Perikanan Sulawesi Utara. *D'CARTESIAN*, 8(2), 161. <https://doi.org/10.35799/dc.8.2.2019.24258>
- Frazila, F. Z. R. B. (2008). *Optimasi Dalam Bidang Transportasi*.
- Frederick S. Hiller, G. J. L. (2001). *Advance Praise for Introduction To Operations Research*.
- H., Fajriya, R. N., & Purwanto, A. (2021). Jurnal Teknik Informatika Aplikasi Optimasi Produksi Kerupuk Ramayana Dengan Metode Simpleks Berbasis Web. *Jutekin*, 9(2).
- Hendriawan, Nugraha, S., & Fauzi, M. (2020). Pengaplikasian Metode Stepping Stone Pada Software Lingo Untuk Mencari Optimasi Biaya (Studi Kasus PT Asm Mobil). *Journal of Integrated System*, 3(1), 49–58. <https://doi.org/10.28932/jis.v3i1.2465>

- Hlatka, M., Bartuska, L., & Lizbetin, J. (2017). Application of the vogel approximation method to reduce transport-logistics processes. *MATEC Web of Conferences*, 134. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201713400019>
- Ibnas, R., Alwi, W., & Taufiq, A. (2019). Penerapan Metode Modified Distribution (Modi) Dalam Meminimalisasi Biaya Transportasi Pengiriman Barang Di Pt. Tirta Makmur Perkasa. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, 7(1), 5. <https://doi.org/10.24252/msa.v7i1.7501>
- Muhtarulloh, F., & Maulidina, A. (2022). Metode Sirisha-Viola Untuk Menemukan Solusi Optimal Masalah Transportasi. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 8(1), 19. <https://doi.org/10.24014/jsms.v8i1.15499>
- Rumetna, M. S. (2021). Optimasi Jumlah Produksi Roti Menggunakan Program Linear Dan Software Pom-Qm. *Computer Based Information System Journal*, 9(1), 42–49. <https://doi.org/10.33884/cbis.v9i1.3645>
- Taha, H. A. (2017). *Operation Research An Introduction 10th*.